# PART3　確率変数の標準化

**例題**

ある高校の高校2年生の身長が，平均170.0cm，標準偏差6cmの正規分布に従うものとする。

(1)　身長164cm以上179cm以下の生徒は約何%いるか。

(2)　身長が高い方から12.3%の中に入るのは，何cm以上の生徒か。小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めよ。

**Point Pickup**

**練習**

ある高校の高校２年生に数学のテストを行ったところ，平均 48 点，標準偏差 15 点であった。このテストの得点が正規分布に従うとして，次の問いに答えよ。

(1)　81 点以上の生徒は約何 % いるか。小数第２位を四捨五入して小数第１位まで求めよ。

(2)　得点が高い方から 33% に入るのは，何点以上の生徒か。

# 第7講　PART3 確認問題

ある模擬試験において，全受験生の平均は52点，標準偏差は15点であった。この試験の得点が正規分布に従うものとする。

次の＜正規分布表＞を用いて，以下の問いに答えよ。

＜正規分布表＞

| $u$ | .00 | .01 | .02 | .03 | .04 | .05 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 0.5 | 0.1915 | 0.1950 | 0.1985 | 0.2019 | 0.2054 | 0.2088 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 0.8 | 0.2881 | 0.2910 | 0.2939 | 0.2967 | 0.2995 | 0.3023 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1.2 | 0.3849 | 0.3869 | 0.3888 | 0.3907 | 0.3925 | 0.3944 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 1.5 | 0.4332 | 0.4345 | 0.4357 | 0.4370 | 0.4382 | 0.4394 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

**1**　得点が70点以上の生徒は約 [アイ] . [ウ] %いる。ただし，小数第2位を四捨五入して小数第1位まで求めよ。

**2**　得点が高い方から30.5%に入るのは， [エオ] 点以上の生徒である。

# PART3　確率変数の標準化

**例題**

ある高校の高校２年生の身長が，平均 170.0 cm，標準偏差 6 cm の正規分布に従うものとする。

(1)　身長 164 cm 以上 179 cm 以下の生徒は約何％いるか。

(2)　身長が高い方から 12.3% の中に入るのは，何cm以上の生徒か。小数第２位を四捨五入して小数第１位まで求めよ。

身長を $X$cm とすると，$X$ は正規分布 $N(170,\ 6^2)$ に従う。

$Z=\dfrac{X-170}{6}$ とおくと，$Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

(1)　$X=164$ のとき $Z=-1$　　　$X=179$ のとき　$Z=1.5$

よって　$P(164 \leqq X \leqq 179)$

$=P(-1 \leqq Z \leqq 1.5)=p(1)+p(1.5)$

$=0.3413+0.4332=0.7745$

したがって，約 77% いる。

(2)　$P(Z \geqq u)=0.123$ となる $u$ を求める。

$P(Z \geqq u)=0.5-p(u)$ より　$0.5-p(u)=0.123$　よって　$p(u)=0.377$

正規分布表より $u=1.16$

よって　$Z \geqq 1.16$ より $\dfrac{X-170}{6} \geqq 1.16$　　$X \geqq 176.96$

したがって，177.0 cm 以上の生徒

**練習**

ある高校の高校 2 年生に数学のテストを行ったところ, 平均 48 点, 標準偏差 15 点であった。このテストの得点が正規分布に従うとして，次の問いに答えよ。

(1)　81 点以上の生徒は約何 % いるか。小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位まで求めよ。

(2)　得点が高い方から 33% に入るのは，何点以上の生徒か。

得点を $X$ 点とすると，$X$ は正規分布 $N\left(48,\ 15^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{X-48}{15}$ とおくと，$Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

(1)　$X=81$ のとき $Z=2.2$

よって　$P(X \geqq 81)$

$=P(Z \geqq 2.2)=0.5-p(2.2)$

$=0.5-0.4861=0.0139$

したがって，約 1.4% いる。

(2)　$P(Z \geqq u)=0.33$ となる $u$ を求める。

$P(Z \geqq u)=0.5-p(u)$ より　$0.5-p(u)=0.33$　よって　$p(u)=0.17$

正規分布表より $u=0.44$

よって　$Z \geqq 0.44$ より $\dfrac{X-48}{15} \geqq 0.44$　　　$X \geqq 54.6$

したがって，55 点以上の生徒。

# 第 7 講　PART3 確認問題 解答

**1** **[正解]** アイ：11，ウ：5

**[解説]**

得点を $X$ 点とすると，$X$ は正規分布 $N\left(52,\ 15^2\right)$ に従う。

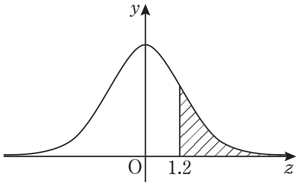
$Z=\dfrac{X-52}{15}$ とおくと，$Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。 [A]

$X=70$ のとき，$Z=\dfrac{70-52}{15}=1.2$

よって

$$\begin{aligned} P(X \geqq 70) &= P(Z \geqq 1.2) \\ &= 0.5-P(0 \leqq Z \leqq 1.2) \\ &= 0.5-p(1.2) \\ &= 0.5-0.3849 \\ &= 0.1151 \end{aligned}$$

したがって，得点が70点以上の生徒は約**11.5%**いる。




[A]　確率変数の標準化
確率変数 $X$ が正規分布 $N\left(m,\ \sigma^2\right)$ に従うとき，$Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$ とおくと，確率変数 $Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

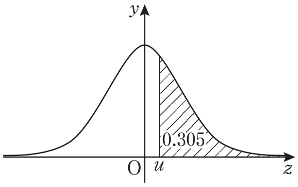
## 2 [正解] エオ：60

**[解説]**

得点を $X$ 点とすると，$X$ は正規分布 $N\left(52,\ 15^2\right)$ に従う。

$Z=\dfrac{X-52}{15}$ とおくと，$Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。 [B]

ここで $P(Z \geqq u)=0.305$ となる $u$ を求める。




$P(Z \geqq u)=0.5-P(0 \leqq Z \leqq u)$ より

$$0.5-P(0 \leqq Z \leqq u)=0.5-p(u)=0.305$$

$$p(u)=0.195$$

正規分布表より　$u=0.51$

よって，$Z \geqq 0.51$ より

$$\frac{X-52}{15} \geqq 0.51$$

$$X \geqq 59.65$$

したがって，得点が高い方から 30.5％に入るのは，

**60 点以上**の生徒である。

[B]　確率変数の標準化
確率変数 $X$ が正規分布 $N\left(m,\ \sigma^2\right)$ に従うとき，$Z=\dfrac{X-m}{\sigma}$ とおくと，確率変数 $Z$ は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。